

# **FUVEST 2003**

## **Segunda Fase**

**Matemática**

**09/01/2003**

**Q.01**

- a) Quantos múltiplos de 9 há entre 100 e 1000?
- b) Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?

---

**Q.02**

Um caminhão transporta maçãs, pêras e laranjas, num total de 10.000 frutas. As frutas estão condicionadas em caixas (cada caixa só contém um tipo de fruta), sendo que cada caixa de maçãs, pêras e laranjas, tem, respectivamente 50 maçãs, 60 pêras e 100 laranjas e custam, respectivamente, 20, 40 e 10 reais. Se a carga do caminhão tem 140 caixas e custa 3300 reais, calcule quantas maçãs, pêras e laranjas estão sendo transportadas.

**Q.03**

- a) A reta  $r$  passa pela origem do plano cartesiano e tem coeficiente angular  $m > 0$ . A circunferência  $C$  passa pelos pontos  $(1, 0)$  e  $(3, 0)$  e tem centro no eixo  $x$ . Para qual valor de  $m$  a reta  $r$  é tangente a  $C$ ?
- b) Suponha agora que o valor de  $m$  seja menor que aquele determinado no item anterior. Calcule a área do triângulo determinado pelo centro de  $C$  e pelos pontos de intersecção de  $r$  com  $C$ .

**Q.04**

Em uma equipe de basquete, a distribuição de idades dos seus jogadores é a seguinte:

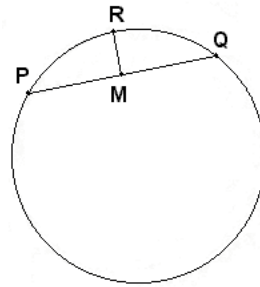
| idade | Nº de jogadores |
|-------|-----------------|
| 22    | 1               |
| 25    | 3               |
| 26    | 4               |
| 29    | 1               |
| 31    | 2               |
| 32    | 1               |

Será sorteada, aleatoriamente, uma comissão de dois jogadores que representará a equipe junto aos dirigentes.

- a) Quantas possibilidades distintas existem para formar esta comissão?
- b) Qual a probabilidade da média de idade dos dois jogadores da comissão sorteada ser estritamente menor que a média de idade de todos os jogadores?

**Q.05**

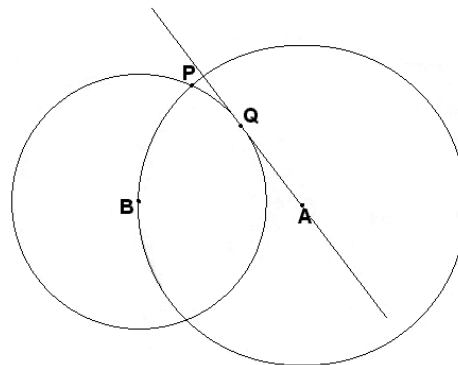
Na figura ao lado, M é o ponto médio da corda  $\overline{PQ}$  da circunferência e  $PQ = 8$ . O segmento  $\overline{RM}$  é perpendicular a  $\overline{PQ}$  e  $RM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ . Calcule:



- O raio da circunferência.
- A medida do ângulo  $\widehat{POQ}$ , onde O é o centro da circunferência.

**Q.06**

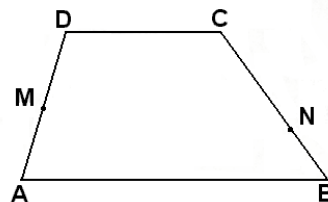
Na figura ao lado, as circunferências têm centros A e B. O raio da maior é  $\frac{5}{4}$  do raio da menor; P é um ponto de intersecção delas e a reta  $\overleftrightarrow{AQ}$  é tangente à circunferência menor no ponto Q. Calcule:



- $\cos \widehat{ABQ}$
- $\cos \widehat{ABP}$
- $\cos \widehat{QBP}$

**Q.07**

No trapézio ABCD, M é o ponto médio do lado  $\overline{AD}$ ; N está sobre o lado  $\overline{BC}$  e  $2BN = NC$ . Sabe-se que as áreas dos quadriláteros ABNM e CDMN são iguais e que  $DC = 10$ . Calcule AB.



**Q.08**

Nos itens abaixo,  $z$  denota um número complexo e  $i$  a unidade imaginária ( $i^2 = -1$ ). Suponha  $z \neq i$ .

a) Para quais valores de  $z$  tem-se  $\frac{z+i}{1+iz} = 2$ ?

b) Determine o conjunto de todos os valores de  $z$  para os quais  $\frac{z+i}{1+iz}$  é um número real.

**Q.09**

Determine os valores de  $x$  no intervalo  $]0, 2\pi[$  para os quais  $\cos x \geq \sqrt{3} \sin x + \sqrt{3}$ .

**Q.10**

Um cilindro oblíquo tem raio das bases igual a 1, altura  $2\sqrt{3}$  e está inclinado de um ângulo de  $60^\circ$  (ver figura). O plano  $\beta$  é perpendicular às bases do cilindro, passando por seus centros. Se  $P$  e  $A$  são os pontos representados na figura, calcule  $PA$ .

