

MATEMÁTICA – 1980

1. A soma de um número com sua quinta parte é 2. Qual é o número ?

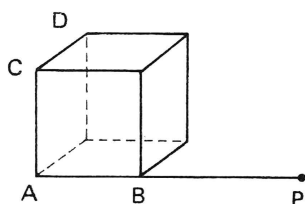
2. a) Determinar a soma dos dez primeiros números naturais ímpares.

b) Qual é a soma dos n primeiros números naturais ímpares?

3. Resolver a equação $\frac{x+2}{2} + \frac{2}{x-2} = -\frac{1}{2}$

4. De quanto se deve aumentar o lado de um quadrado para que sua área dobre?

5. A aresta do cubo abaixo mede 2 e $BP = 3$. Calcule PC e PD .



6. Seja r a reta que passa pelos pontos $(3, 5)$ e $(7, 0)$. Pede-se a equação da reta s , simétrica de r em relação à reta $x = 7$.

7. Discutir e resolver a equação abaixo na incógnita x :

$$(a^2 - 1) \cdot x = a - 1$$

8. É dada a matriz $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) Calcule P^2 e P^3

b) Qual a expressão de P^n ? Prove por indução.

9. Sabendo que $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$, demonstrar:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

10. Numa certa população 18% das pessoas são gordas, 30% dos homens são gordos e 10% das mulheres são gordas. Qual a porcentagem de homens na população?

11. Sejam a , b e p números reais, $a > 0$, $b > 0$ e $p > 1$. Demonstrar:

$$\text{Se } \frac{a+bp^2}{a+b} > p, \text{ então } \frac{a}{b} < p$$

12. Em um triângulo ABC , M é o ponto médio de $\overline{AB}$ e N é o ponto médio de $\overline{AC}$. A área do quadrilátero $BMNC$ é 75.

a) Qual a posição relativa das retas MN e BC ?

b) Qual a área do triângulo ABC ?

13. Sendo $\log_a 2 \simeq 0,69$ e $\log_a 3 \simeq 1,10$, calcule $\log_a \sqrt[4]{12}$

14. Esboçar os gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = |2^x - 2|$

15. Demonstrar: Em um triângulo retângulo a mediana relativa à hipotenusa é igual à metade da hipotenusa.

16. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20 cm e um dos ângulos mede 20° .

a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?

b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

17. Uma das raízes da equação

$$x^3 + (m+1)x^2 + (m+9)x + 9 = 0$$

é -1 . Determinar m para que as outras raízes sejam reais.

18. Uma urna contém 3 bolas: uma verde, uma azul e uma branca. Tira-se uma bola ao acaso, registra-se a cor e coloca-se a bola de volta na urna. Repete-se essa experiência mais duas vezes. Qual a probabilidade de serem registradas três cores distintas?

19. Determinar dois números complexos z_1 e z_2 tais que $|z_1| = 1$, $|z_2| = 1$ e $z_1 + z_2 = 1$.

20. São dados: um plano α , uma reta r contida em α e uma reta s perpendicular a r , mas não a α . Demonstrar que a projeção ortogonal de s sobre α é perpendicular a r .