

21. Calcule:

a) $\frac{1}{10} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{0,2 \times 0,3}{3,2 - 2,0}$

22. Dois quintos do meu salário são reservados para o aluguel, e a metade do que sobra, para a alimentação. Descontados o dinheiro do aluguel e o da alimentação, coloco um terço do que sobra na poupança, restando então Cr\$ 1.200,00 para gastos diversos. Qual é o meu salário?

23. Qual é a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles cujo perímetro é igual a 2?

24. O polinômio $p(x) = ax^2 + bx + c$ satisfaz às seguintes condições:

(1) $a < 0$; (2) $c < 0$; (3) $p(1) > 0$.

Prove que suas raízes são reais e positivas.

25. Um lote de livros foi impresso em duas tipografias A e B, sendo que A imprimiu 70% e B imprimiu 30% do total. Sabe-se que 3% dos livros impressos em A e 2% dos livros impressos em B são defeituosos. Qual é a porcentagem dos livros defeituosos do lote?

26. Num plano são dados os pontos $A = (-1, 0)$ e $B = (1, 0)$. Qual é o lugar geométrico dos pontos $P = (x, y)$ deste plano, tais que $\overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 4$?

27. Seja AB um diâmetro de uma circunferência de raio r e C um ponto genérico da circunferência. Determine a área do triângulo ABC em função do ângulo $\widehat{ABC} = \beta$ e do raio r . Para que valor de β esta área é máxima?

28. Prove que toda reta que passa pelo ponto médio de um segmento eqüidista dos extremos do segmento.

29. Para quais valores de a o sistema linear

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = a \\ -y - 2z = a^2 \end{cases} \quad \text{admite solução?}$$

30. $\log(A - B) + \sum_{i=0}^{i=n} \log(A^{2i} + B^{2i}) = \log(A^k - B^k)$

Calcule k em função de n .

31. Dizemos que um número x é soma de dois quadrados se existem inteiros a e b tais que $x = a^2 + b^2$. Prove que se dois números são somas de dois quadrados, seu produto também o é:

Sugestão: $a^2 + b^2 = \det \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$

32. Determine, no intervalo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, as raízes da equação $4(\sin^3 x - \cos^3 x) = 5(\sin x - \cos x)$

33. O produto da matriz

$$A = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ x & y \end{bmatrix}$$

pela sua transposta é a identidade. Determine x e y sabendo que $\det A > 0$.

34. É dado o número complexo $\omega = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$. Calcule $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$.

35. Calcule as eventuais raízes, pontos de máximo e de mínimo da função f dada por $f(x) = x - \sqrt{x}$. Esboce o gráfico dessa função.

39. O ângulo formado por duas retas reversas é φ e a distância entre elas é a . Tome-se numa delas um ponto B situado a uma distância b da perpendicular comum às duas retas. Qual é a distância de B à outra reta?

40. Num plano são dadas duas circunferências de raios R e r cujos centros distam de um comprimento $a > R + r$. Uma reta tangencia as circunferências nos pontos P e Q e encontra o segmento que une seus centros. Determine a distância PQ em função de a , R e r .

36. São dados um ponto P, uma reta r e um plano α .
a) Descreva um processo para construir um plano que contém P, é paralelo a r e perpendicular a α .
b) Discuta o caso particular em que r é perpendicular a α .

37. O número 2 é raiz dupla de $ax^3 + bx + 16$. Determine a e b .

38. É dada a parábola de equação $y = (x + 1)(x + \alpha - 1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Sejam r e s as retas tangentes à parábola nos pontos onde ela encontra o eixo dos x . Determine α de modo que r seja perpendicular a s .