

1. Resolva a inequação

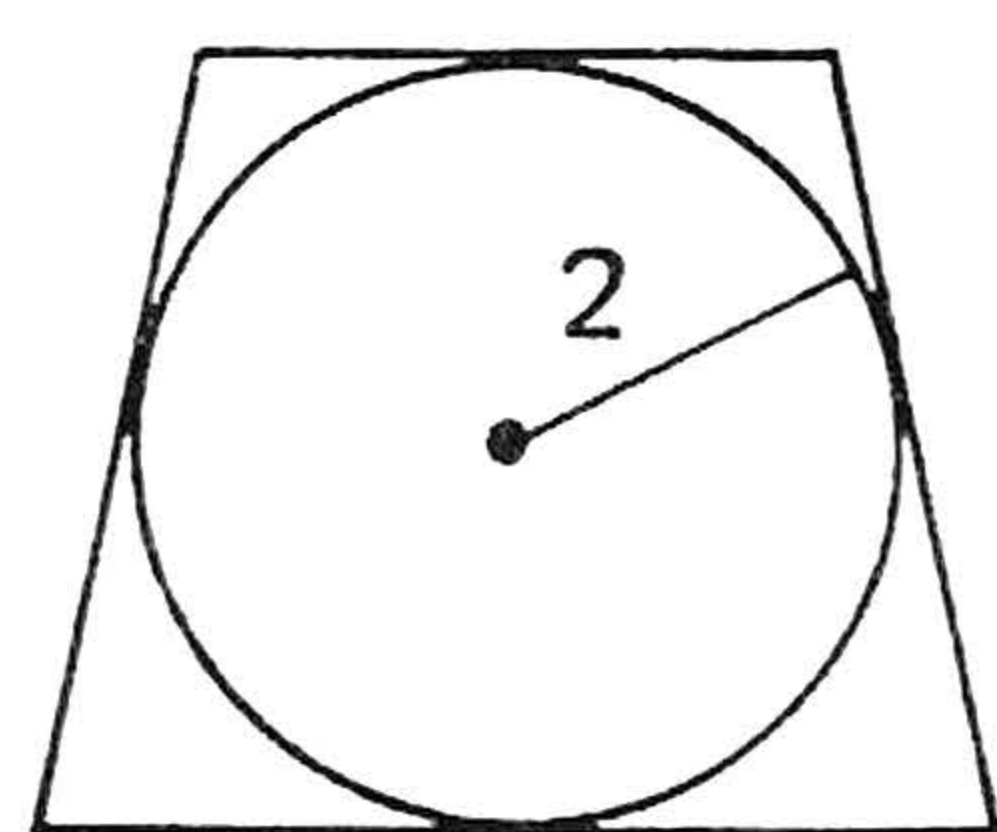
$$\frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{x^2 - 3x}} > 0$$

2. Construa o gráfico da relação definida pelas desigualdades

$$\begin{cases} \log_2(y - x^2) \geq \log_2 18 - 2 \log_2 3 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-y} \leq 1 \end{cases}$$

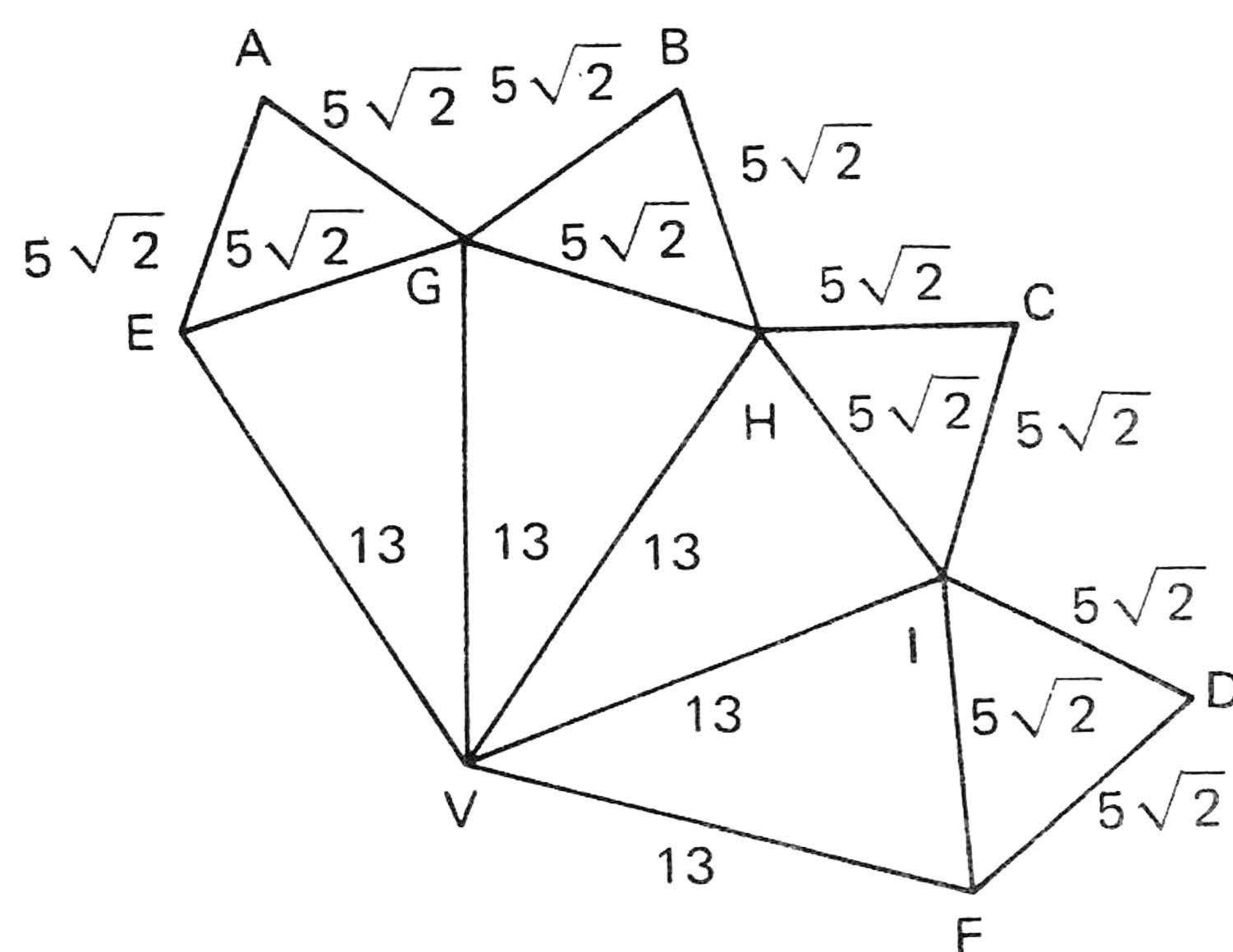
3. Uma empresa que produz um único artigo está procurando determinar o volume de vendas (em cruzeiros) para o mês de março de 1977 para que seu lucro neste mês represente 30% do total das vendas. Para produzir tal artigo, a empresa tem dois tipos de despesas: uma despesa fixa e uma despesa variável. A despesa fixa foi estimada em Cr\$ 120.000,00 enquanto que a despesa variável deverá ser igual a 40% do total das vendas. Qual o volume de vendas que realiza as expectativas do empresário?

4. Um trapézio isósceles está circunscrito a uma circunferência de raio 2 e tem um ângulo agudo de 60° . Determine a área do trapézio.



5. A população humana de um conglomerado urbano é de 10 milhões de habitantes e a de ratos é de 200 milhões. Admitindo-se que ambas as populações cresçam em progressão geométrica, de modo que a humana dobre a cada 20 anos e a de ratos dobre a cada ano, dentro de dez anos quantos ratos haverá por habitante?

6. A figura é a planificação de um poliedro convexo ($A = B = C = D$; $E = F$). Calcule seu volume.



7. A reta de equação $3x - 4y = 6$ intercepta a circunferência $4x^2 + 4y^2 - 8x + 16y = 5$ nos pontos A e B. Determine o valor de $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, onde α é a medida do ângulo ACB e C o centro da circunferência.
8. Sorteiam-se dois números naturais ao acaso entre 101 e 1.000, inclusive, com reposição. Calcule a probabilidade de que o algarismo das unidades do produto dos números sorteados não seja zero.
9. Determine a intersecção das curvas de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dadas por $x^3 - x^2 = 0$ e $y^3 - y^2 = 0$
10. O polinômio $P(x)$ de grau $K > 0$ tem mínimo relativo para $x = 0$. $Q(x)$ é um monômio de grau $r > K$. Mostre que $P(x) + Q(x)$ tem mínimo relativo para $x = 0$.

MATEMÁTICA – 1977 (2º EXAME)

1. O dobro de um número, mais a sua terça parte, mais a sua quarta parte, somam 31. Determine o número.

2. Dada $f(x) = \frac{x^0 + \log_x x}{x + \sqrt[3]{x}}$

calcule $f(2)$ e racionalize o denominador.

3. Calcule o valor numérico de

$$\frac{-x^2 + xy}{y}$$

para $x = -0,1$ e $y = 0,001$.

4. A probabilidade de que a população atual de um país seja de 110 milhões ou mais é de 95%. A probabilidade de ser 110 milhões ou menos é de 8%. Calcule a probabilidade de ser 110 milhões.

5. Esboce o gráfico da curva

$$y = (x + 3)^2 - (x - 2)^2$$

6. Resolva

$$2x - 3 + 5\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq 1$$

7. Em um trapézio isósceles a altura é igual à base média. Determine o ângulo que a diagonal forma com a base.

8. O tempo que se gastava para ir de uma cidade A a uma cidade B, a uma velocidade média de 80 km/h, era duas horas menos do que o tempo que se gasta hoje a uma velocidade média de 60 km/h. Calcule a distância entre A e B.

9. Um reservatório de forma cilíndrica (cilindro circular reto) de altura 30 cm e raio da base 10 cm está cheio de água. São feitos, simultaneamente, dois furos no reservatório: um no fundo e outro a 10 cm de altura do fundo; cada um destes furos permite uma vazão de 1 litro por minuto. Esboce o gráfico do volume de água no reservatório em função do tempo (em minutos) posterior à realização dos furos. (Despreze o tamanho dos furos.)

10. Duas composições de metrô partem simultaneamente de um mesmo terminal fazendo itinerários diferentes. Uma torna a partir do terminal a cada 80

minutos; a outra a cada hora e meia. Determine o tempo decorrido entre duas partidas simultâneas consecutivas do terminal.

Questões 11 e 12.

$$a_n = \frac{p_n}{q_n}; p_{n+1} = q_n; q_{n+1} = p_n + q_n;$$

$$p_0 = 0; q_0 = 1.$$

11. Calcule a_4 .

12. Sabendo que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1}$ existe, calcule-o

13. Discuta e resolva

$$\begin{cases} x - 3y = -m \\ 2x + 3my = 4 \end{cases}$$

14. Resolva

$$4^x + 8 = 6(2^x)$$

15. Um investidor compra 100 cupons restituíveis de gasolina a Cr\$ 0,79 cada e 700 a Cr\$ 0,78 cada, para receber por eles Cr\$ 2,00 cada, dois anos depois. Calcule a taxa anual do investimento.

16. (a_n) é uma P.G. de termos reais e razão q ; (b_n) é uma P.A. de termos naturais e razão $r \geq 0$. Prove que (a_{b_n}) é uma P.G. e calcule sua razão.

17. Calcule quantos números múltiplos de três, de quatro algarismos distintos, podem ser formados com 2, 3, 4, 6 e 9.

18. Dois prismas indefinidos iguais têm para secção reta triângulo equilátero de lado ℓ . As arestas de cada prisma são perpendiculares a uma das faces do outro. Os eixos dos prismas são concorrentes. Determine o volume da intersecção.

19. Determine a equação do lugar geométrico dos pontos do plano cuja distância à origem é o dobro da distância ao ponto $(1; 1)$.

20. Resolva (em $\mathbb{R}$) a equação

$$\cos x \sin 2x = \sin x (1 + \cos 2x)$$

MATEMÁTICA – 1977 (3)

21. Calcule os coeficientes do polinômio do primeiro grau $P: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tal que $P(0) = 1 + i$ e $P(1 + i) = 0$.

22. Para cada par de valores reais (a, b) , ache a solução geral do sistema

$$\begin{cases} ax + by = 0 \end{cases}$$

23. Prove que, para todo número natural $n \geq 1$, o número

$$a_n = \frac{4^n - 1}{3}$$

é inteiro e ímpar. (Sugestão: indução finita.)

24. Determine o período e os valores extremos da função

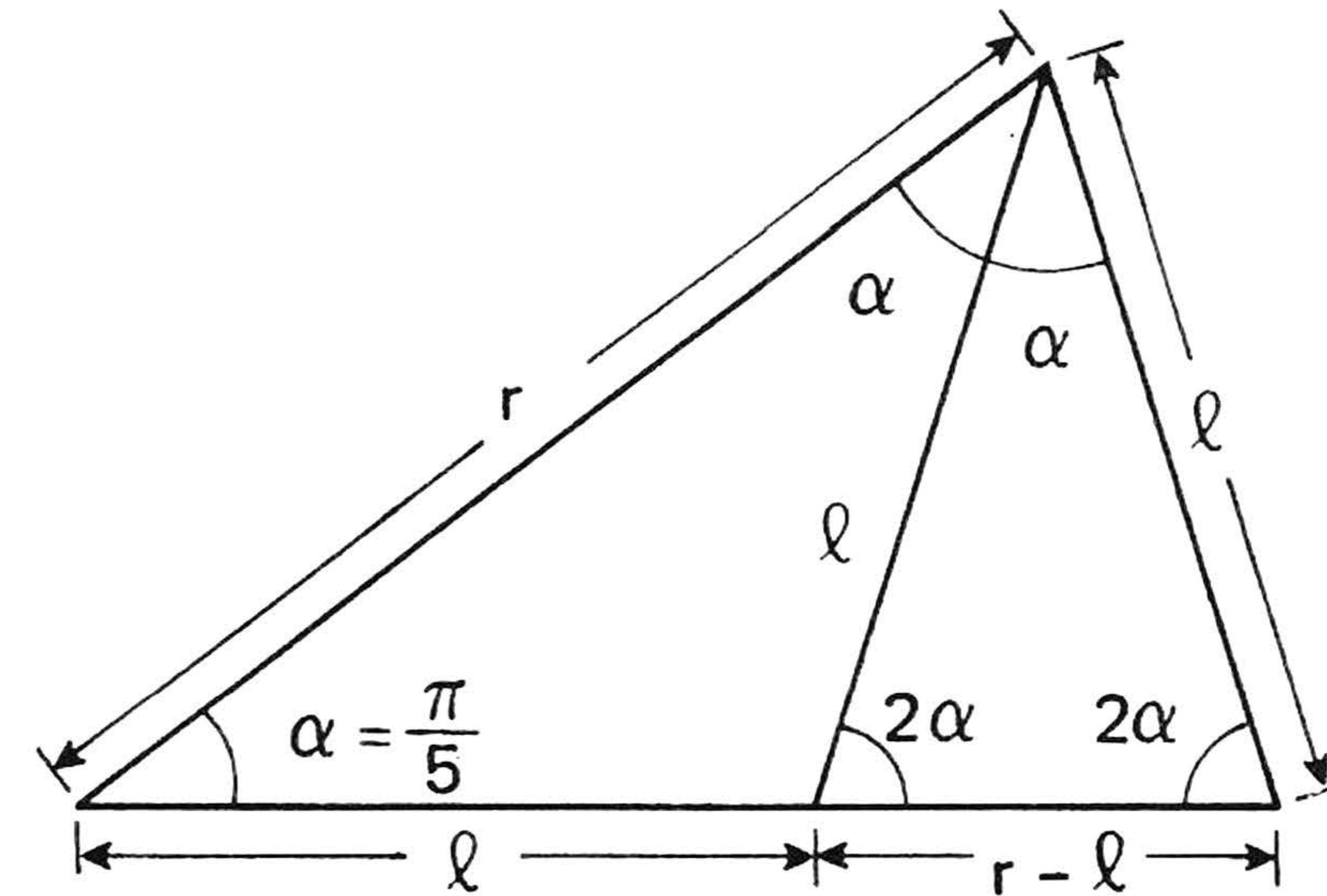
$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{1 + \operatorname{sen}^2 x}$$

Uma seqüência de números não nulos $(a_0, a_1, a_2, \dots)$ é uma “Progressão Harmônica” se a seqüência dos inversos desses números for uma progressão aritmética.

25. Calcule o termo geral a_n da P.H.
26. Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 1}{a_n}$
27. Usando $(1,41)^2 < 2 < (1,42)^2$, prove que
- $$6,1 < \frac{50}{1 + \sqrt{50}} < 6,3$$

28. Um tetraedro tem um triedro triortogonal cujo vértice se opõe a uma face de arestas $2a$, $2b$ e $2c$. Calcule o volume do tetraedro.

29. Analisando a figura, calcule o lado ℓ do decágono regular inscrito na circunferência de raio r .



30. Descreva um processo para construir, com régua e compasso, o decágono regular inscrito em uma circunferência dada.